

球面直交展開を用いたパノラマ全周画像の記述

樋口 正明 高野 孝英[†] 苗村 健[†] 原島 博[†]

(株)日立製作所 日立京浜工業専門学院

[†]東京大学 大学院工学系研究科 電子情報工学専攻

〒244-0816 横浜市戸塚区上倉田町 2142

[†]〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1

アブストラクト

近年のVR技術の進歩により、全周画像を扱う場面が急速に増えつつある。しかし、この効率的な記述に関する検討はほとんどなされていない。そこで本研究では、圧縮符号化を視野に入れ、球面上の直交展開を用いて全周画像を記述する2つの手法について検討し、比較を行なう。球面調和関数を用いる手法では、基底の新たな計算法を提案し、高次における数値計算に課題があることを示す。球面 wavelet を用いる手法では、Haar 基底を球面上に拡張する手法を用いて実験を行ない、高精細画像の記述、及び局所的な再構成ができる点で、前者に対してより柔軟な記述が可能なことを述べる。

キーワード: 球面直交展開, パノラマ全周画像, 球面調和関数, 球面 wavelet 変換

Spherical Orthogonal Representation of Panoramic Images

Masaaki HIGUCHI Takahide TAKANO[†] Takeshi NAEMURA[†]
Hiroshi HARASHIMA[†]

Hitachi Keihin Technical College, Hitachi Ltd.

[†]School of Engineering, The University of Tokyo

2142 Kamikurata-chou, Totsuka-ku, Yokohama-shi 244-0816

[†]7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656

ABSTRACT

In the field of virtual reality, panoramic images have been utilized to enhance the visual experience. The efficient representation of panoramic images, however, has not been investigated, to date. In this paper, we propose two methods of representing panoramic images. Both of them are based on spherical orthogonal bases; spherical harmonics functions and spherical wavelet. First, we propose a new technique for calculating the spherical harmonics functions. It is clarified, however, that it is not easy to realize the accurate representation of high resolution images. Secondly, we examine the spherical wavelet using the Haar basis. This approach is useful to realize the accurate representation of high resolution images, and the multi-resolution display of images. Experimental results show that the second approach is more practical and flexible than the first approach.

Key words: Orthogonal Expansion on Sphere, Panoramic Image, Spherical Harmonics Function, Spherical wavelet Transform

1 はじめに

近年の Virtual Reality 技術の進歩により、Apple 社の QuickTimeVR[1] や、Interactive Pictures 社の IPIX[2] などのアプリケーションを用いることで、パノラマ全周画像(以下、全周画像と略す)の作成は比較的容易になった。また、高精細実写全周画像と、CAVE といった没入型ディスプレイ装置を用いて、臨場感の高い仮想空間を構築する研究[3]も行なわれている。

このように、全周画像が応用される場面は確実に増えているが、その記述法に関する検討はほとんどなされていない。そのため一般には、全周画像の記述に、従来の平面(2次元)画像に対する手法を用いることで対応が図られている。しかし、全周画像は全周の視覚情報を球面にマッピングしたものであるため、球面上の情報を一度平面に投影する必要があり、情報量が増加するなどの問題が発生する。

本研究の目的は、このような、全周画像を平面に投影することで起こる問題の解決と、画像情報の階層的記述の実現にある。画像情報を階層的に記述することで、空間スケーラビリティを実現し、その取り扱いに柔軟性を持たせることができる。本研究では、全周画像を球面のまま記述する手法を検討する。圧縮符号化を視野に入れ、全周画像情報に対して球面上の直交展開を行い、その展開係数によって記述する手法について検討を進める。具体的には、球面調和関数と球面 wavelet を用いることにより、全周画像を平面に投影しないととも、空間スケーラビリティを実現する記述法について検討を行う。また、2手法について比較を行い、両者の特徴を明らかにする。

2 パノラマ全周画像

2.1 パノラマ全周画像

全周画像とは空間中のある1点を視点位置とし、その1点から全周を見渡したときに得られる色や輝度といった視覚情報を、その点を中心とする球面上にマッピングしたものである。全周画像を球面に張り付けた例を Fig.1 に示す。このとき、視覚情報を f とすると、全周画像の情報は球面座標系 (θ, ϕ) (Fig.2) を用いて $f(\theta, \phi)$ と表すことができる。

2.2 従来の手法

従来の平面画像に対する記述法を用いる場合、全周画像を平面に投影する方法として次の2つが考えられる。

1. 球の両極付近を拡大して平面に投影 (Fig.3)
2. 球面上で等間隔にサンプリングした結果を平面に投影 (Fig.4)

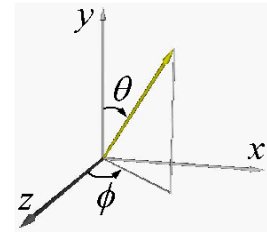
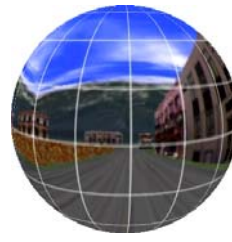


Fig.1: Panoramic image on a sphere.

Fig.2: Coordinate system.

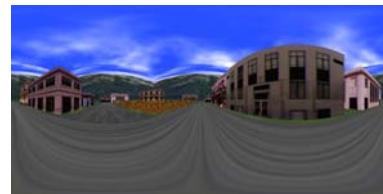


Fig.3: Projection type 1.

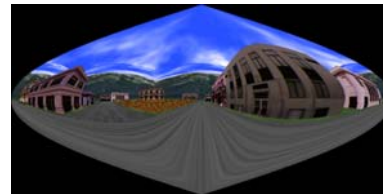


Fig.4: Projection type 2.

全周画像を平面に投影することにより、従来の平面画像に対する手法をそのまま適用できる反面、投影法1では、極付近での過剰に密なサンプリングが情報量の増大を招いている。また、投影法2に関しても、情報が存在しない部分(図4の黒い部分)の扱いが問題となる。

本研究では、平面に投影することによる問題点の解決と、画像情報の階層的記述を同時に実現する手法として、球面上での直交展開手法(球面直交展開)について検討を行なう。

3 球面調和関数による記述

3.1 球面調和関数

球面調和関数[4],[5]とは、球面座標系 (θ, ϕ) で直交系をなす関数であり、その定義は式(1)の通りである。

$$Y_{nm}(\theta, \phi) = \begin{cases} A_{nm} \cos m\phi P_n^m(\cos \theta) & (m \geq 0) \\ B_{n|m|} \sin |m|\phi P_n^{|m|}(\cos \theta) & (m < 0) \end{cases} \quad (1)$$

$(n = \{0, 1, 2, \dots\}, m = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}, -n \leq m \leq n)$

ここで、添字 n は次数を表し、 m は同次の要素を区別する index を表す。 m の範囲から、 n 次の球面調和関数には、 $(2n + 1)$ 個の要素があることがわかる。また、 $P_n^m(x)$ は Legendre 陪関数と呼ばれる関数であり、 $x = \cos \theta$ において、式(2)で定義される。

$$P_n^m(\cos \theta) = \frac{1}{2^n n!} \sin^m \theta \frac{d^{n+m}}{d(\cos \theta)^{n+m}} (\cos^2 \theta - 1)^n \quad (2)$$

任意の n, m に対する Legendre 陪関数は、式 (3,4) の漸化式によって求めることができる。

$$P_n^m(\cos \theta) = \frac{2n-1}{n-m} \cos \theta P_{n-1}^m(\cos \theta) - \frac{n+m-1}{n-m} P_{n-2}^m(\cos \theta) \quad (3)$$

$$P_n^m(\cos \theta) = -2(m-1) \frac{1}{\tan \theta} P_n^{m-1}(\cos \theta) - (n-m+2)(n+m-1) P_n^{m-2}(\cos \theta) \quad (4)$$

$Y_{nm}(\theta, \phi)$ を用いると、全周画像の情報 $f(\theta, \phi)$ は、式 (5) の通りに展開される。

$$f(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{n_{\max}} \sum_{m=-n}^n Y_{nm}(\theta, \phi) \quad (5)$$

即ち、画像情報 $f(\theta, \phi)$ は、係数 A_{nm}, B_{nm} の集合として記述される。ここで係数 A_{nm}, B_{nm} は、式 (6), (7) に示す、全周に渡る積分により求めることができる。ここで N_0 は、式 (8) に示す正規化係数である。

$$A_{nm} = N_0 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi f(\theta, \phi) P_n^m(\cos \theta) \cos m\phi \sin \theta d\theta d\phi \quad (6)$$

$$B_{nm} = N_0 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi f(\theta, \phi) P_n^m(\cos \theta) \sin m\phi \sin \theta d\theta d\phi \quad (7)$$

$$N_0 = \frac{2n+1}{2\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \quad (8)$$

n 次の係数は $(2n+1)$ 個であるから、 n 次までの係数の総数は $(n+1)^2$ 個となる。

Fig.5 に、 n が小さい範囲での任意の n, m に対する $Y_{nm}(\theta, \phi)$ により表される画像 (基底画像) を示す。尚、Fig. 5 は、球面上の情報 Fig.4 の方法で平面に投影したものである。

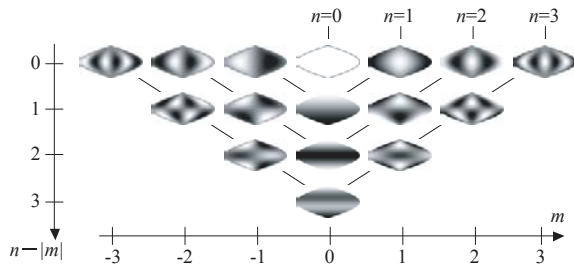


Fig.5: Spherical harmonics functions.

球面調和関数を用いた直交展開手法とは、全周画像情報を、Fig.5 に示す基底に分解することと解釈できる。ここで A_{nm}, B_{nm} は、原画像中にこのような基底がどの程度の強さで存在するかを決める係数である。

Fig.5 より、 $n - |m|$ が画像の緯度方向 (θ 方向) の精細度を決め、 m が経度方向 (ϕ 方向) の精細度を定めることがわかる。また、原画像の精細度により、画像を再構成するために必要な係数の次数 n_{\max} が決まる。

3.2 Legendre 陪関数の計算精度の改善

3.1 に示した通り、球面調和関数を用いて全周画像を記述するためには、Legendre 陪関数 $P_n^m(\cos \theta)$ の計算が必須である。しかし、式 (3), (4) に示した 2 つの漸化式を用いて、Fig.6 に従い数値計算を行い $P_n^m(\cos \theta)$ を求める (計算法 A と称する) と、 $n = 10$ 程度で値が発散してしまう。これは、式 (4) が $\frac{1}{\tan \theta}$ を含み、 θ によって大きく値が変化するためである。

そこでまず、式 (4) を用いずに $P_n^m(\cos \theta)$ を求める計算法 (計算法 B と称する) を検討する。計算法 B による任意の $P_n^m(\cos \theta)$ を求める手順を Fig.7 に示す。

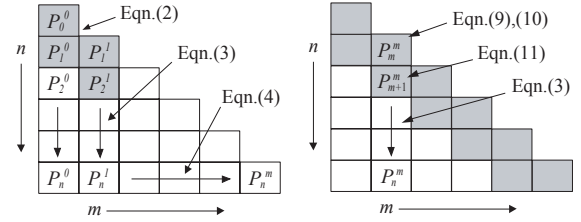


Fig.6: Calc. type A.

Fig.7: Calc. type B.

式 (3) に与える初期値 (Fig.7 の灰色の部分) は式 (9)-(11) で求めることができる。

$$P_n^m(\cos \theta)|_{n=m} = \begin{cases} \alpha_m \sum_{i=0}^{m/2} (-1)^i \frac{m!}{i! (\frac{m}{2} - i)!} \cos^{2i} \theta & (m : \text{even}) \\ \alpha_m (-1)^{\frac{m-1}{2}} \sin^m \theta & (m : \text{odd}) \end{cases} \quad (9)$$

$$\alpha_m = \begin{cases} \frac{(2m)!}{2^m m!} & (m \bmod 4 \neq 1) \\ -\frac{(2m)!}{2^m m!} & (m \bmod 4 = 1) \end{cases} \quad (10)$$

$$P_n^m(\cos \theta)|_{n=m+1} = (2m+1) \cos \theta P_n^m(\cos \theta)|_{n=m} \quad (11)$$

しかし、計算法 B では $m = \text{even}$ のときの発散を抑えることができない。これは、 $m = \text{even}$ のときの $P_n^m(\cos \theta)$ が $\cos \theta$ の多項式を元にして求められるためである。つまり、 $\theta = 0, \pi$ 付近で発散する。そこで、 $P_n^m(\cos \theta)|_{m=\text{odd}}$ から $P_n^m(\cos \theta)|_{m=\text{even}}$ を求める計算法 (計算法 C と称する) を検討する。計算法 C の手順は Fig.8 に示す通りとなる。

$P_n^m(\cos \theta)|_{m=\text{odd}}$ から $P_n^m(\cos \theta)|_{m=\text{even}}$ を求めるためには、式 (4) を変形した式 (12) を用いる。

$$P_n^m(\cos \theta)|_{m=\text{even}} = -\frac{\tan \theta}{2m} \{ P_n^{m+1}(\cos \theta) + (n-m+1)(n+m) P_n^{m-1}(\cos \theta) \} \quad (12)$$

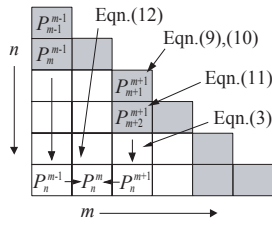


Fig.8: Calc. type C.

計算法 C では、式 (12) が $\tan \theta$ の項を含むため、 $\theta = \frac{\pi}{2}$ の扱いが問題である。そこで計算法 D として、計算法 B と C を組み合わせた複合手法を提案する。つまり、 $P_n^m(\cos \theta)|_{m=even}$ を計算する際、計算法 B で発散する $\theta = 0, \pi$ 付近の計算に計算法 C を用い、それ以外は計算法 B を用いる手法である。さらに、 $P_n^m(\cos \theta)|_{n=m, m=even}$ が $\cos \theta$ の多項式となり、 $\theta = 0, \pi$ 付近で発散してしまうため、 $\theta = 0, \pi$ 付近の値を 0 として扱うことで解決する。

以上により、発散を抑えて $P_n^m(\cos \theta)$ を求めることが可能となる。Fig.9 に提案する手法より求められた $P_n^m(\cos \theta)$ のグラフを示す。また、このとき、 $n < 150$ の範囲で展開が可能である。これは、 $n \geq 150$ となると、 $P_n^m(\cos \theta)$ の値が倍精度実数型で扱える範囲を越えてしまい、正しい結果が得られないためである。

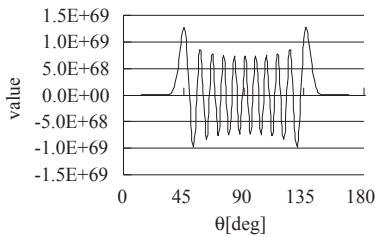


Fig.9: $P_{60}^{40}(\cos \theta)$. (Proposed method)

3.3 実験結果

3.2 に示した方法を用いて基底を求め、実際に全周画像の分解・再構成を行った結果を Fig.10 に示す。尚、原画像は緯度方向に 0.5° 間隔、経度方向には赤道上で 0.5° 間隔でサンプリングした全周画像である。

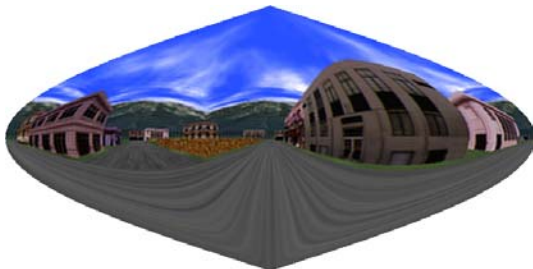


Fig.10: Reconstructed image. ($n \leq 149, 28.93[\text{dB}]$)

本来 n_{\max} は、緯度方向のサンプリング点数 s との間に、 $n_{\max} = s - 1$ なる関係を持つが、図 10 に示す結果では、 $s = 361$ に対し、149 次までの展開しか行っていない。これは、先に述べた倍精度実数型の限

界による。このため、高周波成分が欠けてしまい、細かな部分が再現できずに SNR は $28.93[\text{dB}]$ となった。

また、 $s = 91$ の画像に対して展開・再構成を行なった場合、再構成画像の SNR は $33.69[\text{dB}]$ となり、可逆な変換にはならなかった。これは、倍精度実数型の数値計算精度の限界が原因と考えられる。更に球面調和関数は、全周を 1 つの“波形”として扱うため、本手法は適応性に欠ける。

以上の結果より、球面調和関数を用いる記述法は、平面への投影が必要なく、階層的記述が実現できる手法であるものの、計算が複雑、かつ誤差を生じやすく、適応性に乏しいという課題が明らかになった。

4 球面 wavelet を用いた記述

4.1 球面 wavelet 変換

2.1 項に述べた通り、全周画像は球面上にマッピングされた視覚情報である。従って、全周画像の wavelet 変換には、球面に拡張された wavelet 変換 (球面 wavelet 変換 [6]-[8]) が必要である。本研究では、全周画像を測地ドームで近似し、Haar 基底を球面に拡張する手法を用いる。

4.1.1 測地ドームによる球面の近似

測地ドームとは、多数の 3 角形により球面を近似したものである。本研究では、Fig.11 に示す通り、20 面体を再帰的に 4 分割して得られる測地ドームにより全周画像を表す。

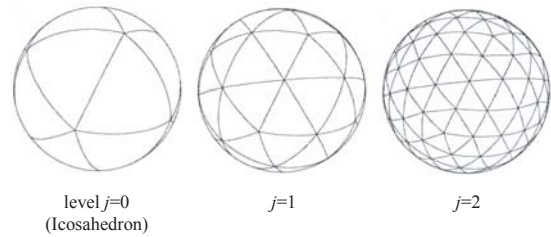


Fig.11: Geodesic dome.

4.1.2 球面 Haar 基底

本研究では、Haar 基底を測地ドーム上に拡張した球面 Haar 基底を用いる。球面 Haar 基底におけるスケール関数 $\phi_k^{(j)}$ 、wavelet 関数 $\psi_k^{(j)}$ は、それぞれ式 (13), (14) で定義される。

$$\phi_k^{(j)} = T_k^{(j)} \quad (13)$$

$$\psi_{k,m}^{(j)} = \sum_{l=0}^3 q_{m,l} \phi_{4k+l}^{(j+1)} \quad (m = 1, 2, 3) \quad (14)$$

ここで、 k は球面上の座標を表す。また、 $T_k^{(j)}$ は、レベル j の測地ドーム中の座標 k の 3 角形の領域のみ値 1 を持ち、それ以外の領域は値 0 であることを表す関数である。Fig.12 に球面 Haar 基底の概形を示す。

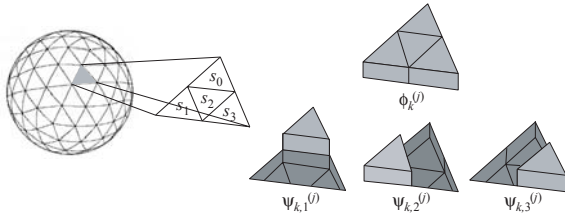


Fig.12: Spherical Haar base.

4.1.3 球面 Haar 基底による変換

球面 Haar 基底を用いた球面 wavelet 変換の分解・再構成アルゴリズムは式 (15),(16) によって定められる。

$$c_k^{(j-1)} = \frac{1}{4} \sum_{l=0}^3 g_l c_{4k+l}^{(j)} \quad (15)$$

$$d_{k,m}^{(j-1)} = \sum_{l=0}^3 h_{m,l} c_{4k+l}^{(j)} \quad (m = 1, 2, 3)$$

$$c_{4k+l}^{(j)} = p_l c_k^{(j-1)} + \sum_{m=1}^3 q_{m,l} d_{k,m}^{(j-1)} \quad (l = 0, 1, 2, 3) \quad (16)$$

ここで、数列 $\{g_l\}, \{h_{m,l}\}, \{p_l\}, \{q_{m,l}\}$ は、two-scale 関係、及び直交条件から、式 (17),(18) の通りに定めることができる。

$$\{g_l\} = \{p_l\} = 1 \quad (l = 0, 1, 2, 3) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} h_{1,0} & h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} \\ h_{2,0} & h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3} \\ h_{3,0} & h_{3,1} & h_{3,2} & h_{3,3} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} q_{1,0} & q_{1,1} & q_{1,2} & q_{1,3} \\ q_{2,0} & q_{2,1} & q_{2,2} & q_{2,3} \\ q_{3,0} & q_{3,1} & q_{3,2} & q_{3,3} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{5}{6} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{6} & \frac{5}{6} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{2} & \frac{5}{6} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

この数列を用いて構成したフィルタによる球面 wavelet 変換の流れを、Fig.13 に示す。

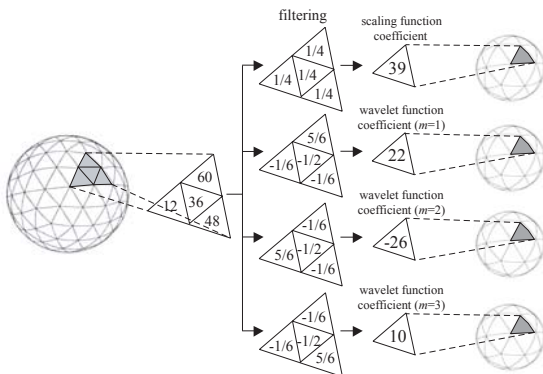


Fig.13: Spherical wavelet transform.

4.2 球面 wavelet 変換の実装

本手法では画素を3角形として扱うため、通常の平面画像と同様に計算機上で扱うことは難しい。そこで、球面 wavelet 変換に適した実装法を提案する。

本研究では視覚情報を格納する領域として1次元配列を用いる。これにより解像度にスケラビリティを持たせることができる。視覚情報はFig.14に示す通り、3角形の再帰的分割に従って割り当てた座標の順に格納する。

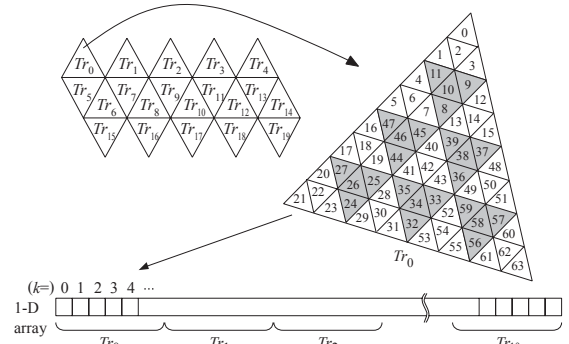


Fig.14: Image data store into 1-D array.

球面 Haar 基底に基づく球面 wavelet 変換は、4.1.3 に示した通り4つの3角形を基にした変換である。Fig.14に示す順で格納すると、変換前後の配列要素の関係はFig.15,Table1に示す通りとなり、参照関係が単純化され、処理を効率的に行なうことができる。

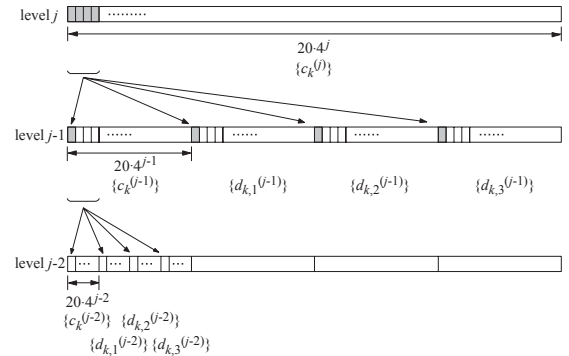


Fig.15: Transition of 1-D array element.

Table 1: Relation between j and $j - 1$.

| level | index |
|---------|---|
| j | $4k, 4k + 1, 4k + 2, 4k + 3$ ($k = 0, 1, 2, \dots, 0 \leq k < 20 \cdot 4^{(j-1)}$) |
| $j - 1$ | $20 \cdot 4^{(j-1)} m + k$ ($m = 0, 1, 2, 3$) |

4.3 実験結果

以上に述べた球面 wavelet 変換を適用し、全周画像を分解、再構成した結果をFig.16に示す。原画像として用いた全周画像は、レベル $j = 6$ の測地ドームで近似した。 $j = 6$ では、緯度方向は $3 \cdot 2^6 = 192$ 点、経度方向は赤道付近で $10 \cdot 2^6 = 640$ 点サンプリング

する。これを $j = 0$ まで分解し、得られた係数列から再構成を行なった結果である。

再構成画像の SNR を計算し、損失が生じない、即ち $\text{SNR} = \infty$ であることが確認できた。球面調和関数による記述の場合は、計算が複雑で誤差を生じやすく、SNR が低下するという問題があった。しかし、計算が単純な球面 Haar 基底を用いた球面 wavelet による記述の場合はこのような問題は起こりにくい。なお、このときの係数列は倍精度実数型で扱っている。



Fig.16: Reconstructed image. ($j = 6$)

また本手法では、 $j = 0$ のときの 20 面体を再帰的に分割することで測地ドームを構成する。これは、球面を分割して記述していることに他ならない。球面調和関数による記述では不可能だった、柔軟性を持った記述が可能である。つまり実装の仕方でも、領域単位で分解レベルを可変にすることや、ある領域のみ先に再構成を行なって表示するということができる。ここでは、後者の例を Fig. 17 に示す。視線方向を中心にしたある範囲を完全再構成し、それ以外は途中まで再構成を行なっている。必ずしも全周の表示が必要とならない場面で有効な手法になり得る。



Fig.17: Example of local reconstruction.

5 おわりに

本研究では球面直交展開により、平面への投影を必要とせず、かつ、空間スケラビリティを持った全周画像の記述法を実現した。

球面直交展開の内、球面調和関数を用いる方法では、Legendre 陪関数を求める際に累積誤差による発散が起こることを明らかにし、その対策法を示した。また、関数値が大きくなり過ぎるため、ある次数を越えれば倍精度実数型で扱うことができず、特殊な計算法が必要になることなどの課題を明らかにした。

球面 wavelet 変換を用いる方法では、Haar 基底を球面上に拡張した基底を用い、レベル間の参照関係が単純な実装法を実現した。また、球面調和関数を用いる方法との比較を行い、計算が単純な点、及び適応性を兼ね備える点から、球面調和関数による記述よりも、アプリケーションへの応用が容易であることを示した。

今後は、球面 wavelet 変換によって得られた係数の圧縮符号化、圧縮符号化に適した球面 wavelet 関数の検討、及び本論文で述べた 2 つの手法を組み合わせた手法の検討が課題となる。

参考文献

- [1] <http://www.apple.com/>.
- [2] <http://www.ipix.com/>.
- [3] 新田： “全周実写画像を用いた没入型ウォークスルーの研究”，東京大学工学部 電子情報工学科卒業論文 (1999).
- [4] 田中, 佐野, 金子： “球面調和関数展開を用いた 3 次元物体表現法とその応用”，信学論, J76-D-II, No.3, pp.436-444 (1993).
- [5] 堀越, 末永, 中根： “超 2 次関数膨張法と球面調和関数による 3 次元形状の記述”，信学論, J78-D-II, No.1, pp.50-60 (1995).
- [6] P.Schröder, W.Sweldens： “Spherical Wavelets: Efficiently Representing Functions on the Sphere”, *Computer Graphics Proceedings, (SIGGRAPH 95)*, pp.161-172 (1995).
- [7] P.Schröder, W.Sweldens： “Spherical Wavelets: Texture Processing”, Tech.Rep.1995:4, Industrial Mathematics Initiative, Dept. of Math., Univ. of South Carolina (1995).
- [8] M.Lounsbery, T.D.Derose, and J.Warren： “Multiresolution Analysis for Surfaces of Arbitrary Topological Type”, *ACM Trans. on Graphics*, Vol.16, No.1, pp.34-73 (1997).